

חדו"א 2 להנדסת מכונות – גיליון תרגילים מספר 8

1. צייר את תחום האינטגרציה ושנה את סדר האינטגרציה באינטגרל

$$I = \int_0^4 dy \int_{\sqrt{4y-y^2}}^{\sqrt{16-4y}} f(x, y) dx \quad \text{א.}$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} dx \int_0^{\frac{2(\pi-x)}{\pi}} f(x, y) dy \quad \text{ב.}$$

$$I = \int_5^7 dx \int_3^{3+\sqrt{-x^2+12x-35}} f(x, y) dy \quad \text{ג.}$$

2. החליף את סדר האינטגרציה וחשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int_1^e dx \int_0^{\ln x} \frac{dy}{e^y + 1} \quad \text{א.}$$

$$\int_0^1 dy \int_0^{\arccos y} \frac{dx}{\sin x + 10} \quad \text{ב.}$$

3. חשב את האינטגרלים הבאים

$$\text{א. } \iint_D xy^2 dx dy \quad \text{כאשר } D \text{ חסום על ידי הפרבולה } y^2 = 4x \text{ והישר } x = 1.$$

$$\text{ב. } \iint_D (x^2 + y^2) dx dy \quad \text{כאשר } D \text{ מקבילית בעלת הצלעות } y = x, y = x + a, y = a, y = 3a, a > 0.$$

4. חשב על ידי מעבר לקואורדינטות קוטביות

$$\text{א. } \iint_{\pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2} \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$

$$\text{ב. } \iint_{x^2 + y^2 \leq a^2} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$

$$\text{ג. } \iint_{x^2 + y^2 \leq 4x} (x^2 + y^2) dx dy$$

$$\text{ד. } \iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy \quad \text{כאשר } D = \{x \geq 0, y \geq 0, y \geq x, x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$\text{ה. } \iint_D (x + y) dx dy \quad \text{כאשר } D = \{x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 9\}$$

5. חשב את האינטגרלים הבאים

$$\text{א. } \iint_{\substack{x \leq y \leq 2x \\ \frac{1}{x} \leq y \leq \frac{2}{x}}} x^2 y^2 dx dy$$

$$\iint_{\substack{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \\ x \leq y \leq x\sqrt{3}}} \arctan \frac{y}{x} dx dy \quad \text{ב.}$$

6. מצא את שטח התחומים החסומים על ידי העקומות הבאות

$$\text{א. } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{ב. } |2x - y| + |2y - x| = 1$$

7. צייר את הגוף  $V$  וחשב את נפחו

$$\text{א. } V : x + y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

$$\text{ב. } V \text{ חסום על ידי משטחים } z = 0, x = 2, y = 1, y = x, z = x^2 + 1$$

$$\text{ג. } V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, z \leq 4 - y^2, x^2 + y^2 \leq 4$$