

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב - המחלקה למתמטיקה - סמסטר א' התשע"ו
חדו"א להנדסת מכונות 1 (201-1-9711) - מבחן לדוגמה
המרצים:

ד"ר נעה איידלשטיין, ד"ר נטליה גולקו, ד"ר אבי גורן, ד"ר מתן זיו-אב, ד"ר נינה צרנבסקיה

תאריך: כ"ב בשבט תשע"ו 1 בפברואר 2016

משך הבחינה: שלוש שעות

חומר עזר: שני דפי נוסחאות המצורפים לטופס זה. אין להשתמש בכל חומר עזר נוסף לרבות מחשבוניס.

הנחיות:

- יש לענות על כל השאלות במבחן.
- יש לכתוב פתרונות מלאים ומנומקים היטב ובכתב יד ברור במקומות המיועדים לכך בטופס הבחינה. מחברות הטיוטה לא תיבדקנה! אחרי כל שאלה יש די והותר מקום על מנת לכתוב פתרון מלא ומנומק היטב. אם בכל זאת הנכם זקוקים למקום נוסף אתם רשאים להשתמש בשני הדפים האחרונים המצורפים לטופס זה.
- מספר הנקודות הכולל במבחן הוא 100.
- אין להשתמש בעט אדום במבחן.

שימו לב: דפי הטיוטה ישלחו למגרסה ולא ייבדקו. יש לענות על גבי טופס המבחן.

בהצלחה!

1. (10 נק') מצאו דוגמאות לסדרות $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ ו- $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ כך ש $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ ומתקיים

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0 \quad (\text{א})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1 \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} \text{ לא קיים הגבול} \quad (\text{ג})$$

2. (10 נק') חשבו את גבול הפונקציה

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

3. (10 נק') לאילו ערכים של a, b הפונקציה הבאה רציפה וגזירה בנקודה $x = 0$?

$$f(x) = \begin{cases} (x+a)^2, & x \geq 0 \\ b \sin x + 1, & x < 0 \end{cases}$$

4. (10 נק') חשבו את הגבול הבא

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{n+n} \right)$$

5. (10 נק') חשבו את האינטגרל הבא

$$\int \tan^4 x dx$$

6. (10 נק') חשבו את האינטגרל הבא

$$\int \frac{dx}{1+x^3}$$

7. (10 נק') הראו כי לכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים $\arctan(x^2) \leq x^2$

8. (10 נק') חשבו ברמת דיוק של 10^{-3} את $\sqrt[3]{e}$.

9. (10 נק') מצאו את כל הערכים של a, b שעבורם יש לפונקציה $f(x) = \frac{x+a}{x^2+bx+2}$ אסימפטוטה אנכית $x=1$?
האם עבור ערכים אלה יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות? נמקו.

10. (10 נק') הוכיחו או הפריכו : אם הפונקציות f, g רציפות ב $[1, \infty)$ והאינטגרל $\int_1^\infty (f(x) + g(x)) dx$ מתכנס, אזי גם האינטגרל $\int_1^\infty (f(x) - g(x)) dx$ מתכנס.

