

אוניברסיטת בן גוריון בנגב-המחלקה למתמטיקה
 חדווא להנדסת מכונות 1 (201-1-9711) סמסטר א תשע"ו
 תרגיל 13

1. הוכיחו כי הפונקציה $f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt + \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+t^2} dt$ הינה קבועה.

2. מצאו פונקציה גזירה $f(x)$ שאינה זהותית אפס ושמקיימת $[f(x)]^2 = \int_0^x \frac{f(t) \sin t}{2 + \cos t} dt$

3. f -אינטגרלית וחסומה ב- $[a, b]$ ואינה מתאפסת באופן זהותי ב- $[a, b]$.

הוכיחו כי קיים $x \in (a, b)$ כך ש- $\int_a^x f(t) dt = \int_x^b f(t) dt$

רמז: השתמשו במשפט ערך ביניים

4. חשבו $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n dx}{1+x}$

רמז: השתמשו במשפט סנדוויץ

5. f -רציפה על \mathbb{R} . הוכיחו כי $\int_0^x f(u)(x-u) du = \int_0^x \left(\int_0^u f(t) dt \right) du$

רמז: השתמשו באינטגרציה לפי חלקים

6. חשבו את האינטגרלים הבאים:

(א) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+1}$ (ב) $\int_0^1 \ln x dx$ (ג) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3+1}$

7. בדקו את ההתכנסות של האינטגרלים הבאים:

(א) $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^4 - x^2 + 1}$ (ב) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{e^{\sqrt{x}}}$ (ג) $\int_1^{\infty} (\sin x + 2) e^{-x^2} dx$

(ד) $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x+x^4+2} dx}{x^5+3x^2+1}$ (ה) $\int_1^{\infty} \sqrt[3]{\frac{x+3}{x^2+5}} \sin \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$ (ו) $\int_0^1 e^{\frac{1}{x}} dx$

8. מצאו C שעבורו האינטגרל מתכנס $\int_2^{\infty} \left(\frac{Cx}{x^2+1} - \frac{1}{2x+1} \right) dx$