

**אוניברסיטת בן גוריון בנגב - המחלקה למתמטיקה**  
**חדו"א להנדסת מכונות 1 - (201-1-9711) סמסטר א' תשע"ו**  
**תרגיל 9**

• נושאים: מקסימום / מינימום מקומי ומוחלט, כלל לופיטל, נוסחת טיילור.

1. הוכיחו את אי השוויון:  $x, \alpha > 0$ ,  $x^\alpha \geq 1 + \alpha \ln(x)$ ,

2. עבור הפונקציה  $y = \frac{1}{1+\ln^2 x}$ , הוכח כי

(א)  $0 < y \leq 1$  בקטע  $(0, \infty)$ .

(ב) הפונקציה אינה מקבלת מינימום בקטע זה.

3. עבור הפונקציה:  $f(x) = (x^2 + 2x + 3) \ln x$ ,  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

(א) מצאו את התמונה של  $f(x)$

(ב) הוכיחו ש- $f$  היא הפיכה.

4. מצאו את המקסימום ואת המינימום המוחלטים (גלובליים) של הפונקציות הבאות בקטעים הנתונים:

(א)  $[-1, 4]$ ,  $(x - 3)^2 e^{|x|}$

(ג)  $(-\infty, \infty)$ ,  $x^4 e^{-x^2}$

(ב)  $[1, \infty)$ ,  $\frac{1+\sqrt{x+1}}{x+2} + \arctan \sqrt{x+1}$

(ד)  $(-\infty, \infty)$ ,  $\sin x \cdot \sin 2x$

5. עבור הפונקציה

$f: (-1, 1) \rightarrow [0, 1]$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \cap (-1, 1) \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \cap (-1, 1) \end{cases}$$

(א) מצאו את כל נקודות הקיצון המקומי

(ב) האם הפונקציה גזירה ב- $x = 0$ ? אם כן, מהי  $f'(0)$ ?

6. מבין כל המלבנים עם שטח נתון  $S$ , מצאו

(א) את המלבן עם היקף מינימלי

(ב) את המלבן עם אלכסון מינימלי.

7. דרך הנקודה  $P(1, 4)$  עובר קו ישר, אשר חותך את ציר ה- $x$  החיובי בנקודה  $A$ , ואת ציר ה- $y$  החיובי בנקודה  $B$ .

נסמן ב- $a$  את המרחק מהראשית ל- $A$ , ונסמן ב- $b$  את המרחק מהראשית ל- $B$ .

כתוב את משוואת הישר, עבורו הסכום  $a + b$  מינימלי.

8. חשבו את הגבולות הבאים לפי כלל לופיטל

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin^2 x)}{\tan(\ln^2(1+x))} \quad (\aleph)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\sin x} \quad (\beth)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2-3)}{x^2+3x-10} \quad (\aleph)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x} \quad (\daleth)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} (x - \pi/2) \tan x \quad (\hehe)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1}\right) \quad (\varkappa)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x)^x \quad (\zeta)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln(x+e))^{1/x} \quad (\eta)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{\sin x - x} \quad (\iota)$$

9. חשבו את  $\sin 1^\circ$  עד כדי שגיאה של לכל היותר  $10^{-8}$ .

10. חשבו, ברמת דיוק של  $10^{-5}$  את  $\cos 0.5$ .

11. חשבו את הגבולות הבאים בעזרת נוסחת טיילור:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x^2} \cos x}{\sin x^4} \quad (\aleph)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt{1+2x}}{x^2} \quad (\beth)$$