

תרגיל 11

(1) חשבו את האינטגרלים הבאים :

$$\int (\sin(2x)) dx \text{ (א)}, \int \left(\frac{x^2+1}{x^3+3x+5}\right) dx \text{ (ב)}, \int (1+\sqrt[3]{x^2})^2 dx \text{ (ג)}, \int (3x^2+6x-2) dx \text{ (ד)}$$

$$, \int (x(\ln(x))^2) dx \text{ (ה)}, \int (\operatorname{tg}(x)) dx \text{ (ו)}, \int \left(\frac{\sin(x)}{\cos^3(x)}\right) dx \text{ (ז)}, \int (\cos^2 x) dx \text{ (ח)}, \int \left(\frac{1}{\sqrt{9-x^2}}\right) dx \text{ (ט)}$$

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})}\right) dx \text{ (י)}, \int \left(\frac{1}{x(\ln(x))^2}\right) dx \text{ (יא)}, \int (\ln(x)) dx \text{ (יב)}, \int (e^{4x} \sin(2x)) dx \text{ (יג)}$$

$$, \int \left(\frac{1}{x(x+1)^2}\right) dx \text{ (יד)}, \int \left(\frac{x^3-1}{4x^3-x}\right) dx \text{ (יח)}, \int \left(\frac{1}{x^2-1}\right) dx \text{ (יט)}$$

$$\int \left(\frac{x^2}{(x-1)^5}\right) dx \text{ (כ)}, \int \left(\frac{x^3+3x^2+5x+7}{x^2+2}\right) dx \text{ (כא)}$$

$$\int \cos(3x) \cos(2x) dx \text{ (כב)}, \int \cos(7x) \sin(7x) dx \text{ (כג)}, \int \operatorname{arctg}(x) dx \text{ (כד)}$$

$$, \int \frac{1}{1-\sin(x)} dx \text{ (כה)}, \int \frac{1}{\sin(x)} dx \text{ (כו)}, \int \frac{1}{\cos(x)+\sin(x)+1} dx \text{ (כז)}$$

$$\int \left(\frac{x^4}{\sqrt{x^{10}-2}}\right) dx \text{ (כח)}, \int \left(\frac{\sin(2x)}{\sqrt{3-\cos^4(x)}}\right) dx \text{ (כט)}, \int \sin^2(x) \cos^4(x) dx \text{ (ל)}$$

(2) תהי $f(x)$ פונקציה רציפה ומחזורית על כל הישר. יהי T המחזור של $f(x)$. הוכיחו כי לכל מספר ממשי a מתקיים

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx.$$

(3) יהיו m, n מספרים טבעיים. הוכיחו כי מתקיים

$$\int_0^1 x^m (1-x)^n dx = \int_0^1 x^n (1-x)^m dx.$$

(4) חשבו את השטח הכלוא בין ציר ה- x , והגרף $y = \sin(x)$ בקטע $[0, \pi]$.

(5) חשבו את נפח גוף הסיבוב הנוצר ע"י סיבוב חצי העיגול $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ סביב ציר ה- x .

(6) חשבו את נפח גוף הסיבוב הנוצר ע"י סיבוב חצי העיגול $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ סביב ציר ה- y .

(7) חשבו את האינטגרלים הבאים :

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2(x) dx \text{ (א)}, \int_0^{2\pi} \sin(x) dx \text{ (ב)}, \int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx \text{ (ג)}, \int_0^1 \frac{1}{(x+2)^2} dx \text{ (ד)}, \int_{-1}^2 e^{-x} dx \text{ (ה)}, \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \text{ (ו)}$$

$$\int_{-2}^2 x^2 \sin(x) dx \text{ (ז)}, \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(x) \cos(x) dx \text{ (ח)}, \int_0^1 e^{2x} dx \text{ (ט)}, \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan(x) dx \text{ (י)}$$

(8) חשבו את הגבולות

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\int_0^x \cos^2(t) dt}{x - \pi} \text{ (א)}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin(\sqrt{t}) dt}{x^3} \text{ (ב)}, \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\int_0^x \cos^2(t) dt}{x - \pi} \text{ (ג)}$$