

אוניברסיטת בן גוריון בנגב – המחלקה למתמטיקה

חדו"א להנדסת מכונות 1 (201-1-9711) סמסטר א' תשע"ו

תרגיל 8 – נגזרת, גזירות של פונקציה, חוקי גזירה

1. האם הפונקציות הבאות גזירות בנקודה $x=1$? הוכיחו.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 1 \\ 2x^3 - 4x + 3, & x \geq 1 \end{cases} \quad .a$$

$$f(x) = \begin{cases} 3, & x < 1 \\ 2x^2 - 4x + 1, & x \geq 1 \end{cases} \quad .b$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ x^2 + 1, & x \geq 1 \end{cases} \quad .c$$

2. לכל הפונקציות הבאות מצאו באיזה נקודות $f(x)$ גזירה וחשבו את $f'(x)$.

$$f(x) = \frac{4x^2 - 12x + 9}{4x^2 - 12x + 11} \quad .a$$

$$f(x) = \sqrt[5]{\frac{\sin x + 2}{\cos x + 1}} \quad .b$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{2(\sin x)^2 - 3\sin x + 1} \quad .c$$

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{|x|}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad .d$$

$$f(x) = \arcsin(\cos x) \quad .e$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{\sin x}} \quad .f$$

$$f(x) = e^x \arcsin \sqrt{\frac{e^x}{e^x + 1}} + \arctan \sqrt{e^x} - \sqrt{e^x} \quad .g$$

$$f(x) = x2^{1-x^2} \quad .h$$

$$f(x) = \begin{cases} (x-4)\arctan \frac{1}{x-4}, & x \neq 4 \\ 0, & x = 4 \end{cases} \quad .i$$

3. מצאו באיזה נקודות הפונקציה $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ לא גזירה. האם $f(x)$ גזירה מימין ומשמאל בנקודות הנ"ל?

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad .4$$

לאילו ערכים של α לפונקציה קיימת נגזרת רציפה בנקודה $x = 0$?

$$f(x) = \frac{x^2}{1+x^2} \quad .5$$

a. באיזה תחומים הגדולים ביותר של x הפונקציה $f(x)$ חח"ע?

b. בכל אחד מהתחומים הנ"ל מצאו את $z'(\frac{1}{2})$ כאשר $z(x)$ היא פונקציה הפוכה ל-

$$f(x)$$

6. נניח ש- $f(x)$ גזירה ב- R ו- x_1, x_2 שתי נקודות כך ש- $x_1 < x_2$. נתון כי

$$f'(x_1) = 0, f'(x_2) = 0 \text{ ו- } f'(x) \neq 0 \text{ לכל } x_1 < x < x_2. \text{ הוכיחו ש-}$$

$$f(x_1) \neq f(x_2) \quad .a$$

b. $f(x)$ מונוטונית בקטע $[x_1, x_2]$

7. הוכיחו כי $x^2 \geq 1 + 2\ln x, x > 0$