

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב – מחלקה למתמטיקה
 חדו"א להנדסת מכונות 1 (201-1-9711) סמסטר א' תשע"ו
 תרגיל 6

1. חשבו את הגבולות הבאים :

$$, \lim_{x \rightarrow -3} (x^2 - 8)^{\frac{1}{x^2 + x - 6}} \quad (\lambda) , \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{2x+1} \right)^{x+1} \quad (\beta) , \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1} \quad (\alpha)$$

$$, \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 3x)^{\frac{1}{\cos x - \cos 11x}} \quad (\eta) , \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x)^{\frac{1}{\cos x - \cos 7x}} \quad (\zeta)$$

$$, \lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x}) \quad (\tau) , \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + x) \quad (\iota)$$

$$, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{\ln x} \quad (\iota) , \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x} \quad (\upsilon) , \lim_{x \rightarrow \infty} x [\ln(x+1) - \ln x] \quad (\kappa)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) \cdot \sin(\sqrt[3]{x})}{\tan(\sqrt{x})^2 \cdot (e^{5\sqrt[3]{x}} - 1)} \quad (\aleph)$$

2. מצאו את הגבולות החד-צדדיים של הפונקציה

$$? \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \quad \text{האם קיים} \quad f(x) = \begin{cases} \arctg\left(\frac{1}{x-3}\right), & x < 3 \\ \frac{x+2}{3x-5}, & x \geq 3 \end{cases}$$

3. מצאו עבור אלו ערכים של a, b הגבול שווה לשלוש :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \left(\sqrt[3]{x^3 + x^2 + ax} - \sqrt[3]{x^3 - bx^2} \right) \right) = 3$$

4. מצאו את ערכי הפרמטרים כך שהפונקצות הבאות תהיו רציפות :

$$, f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x \geq 1 \\ (2-x^2)^{\frac{2}{x-1}}, & -1 \leq x < 1 \\ \log_2(3x+b), & x < -1 \end{cases} \quad (\aleph)$$

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & x < 0 \\ ax + b, & 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{\sqrt{7+x}-3}{x^2-4}, & x > 2 \end{cases} \quad (\text{ב})$$

5. מצא את נקודות האי-רציפות של הפונקציות הבאות וקבע את סוג האי-רציפות:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3}, & x \neq 3 \\ 5, & x = 3 \end{cases} \quad (\text{א})$$

$$f(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq 1 \\ 1, & |x| > 1 \end{cases} \quad (\text{ב})$$

$$f(x) = \frac{|x|}{x} + \frac{1}{x-2} \sin(x-2) + \frac{1}{(x-3)^2} \quad (\text{ג})$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+x-6}{|2x-3| \cdot (x+2)} \Leftarrow x \leq 2 \\ \frac{-2(x^2-3x+2)}{(3x-9)(\sqrt{x^2+5}-3)} \Leftarrow x > 2 \end{cases} \quad (\text{ד})$$

6. הוכיחו שמשוואה $2x^3 - 3x^2 + 7x - 10 = 0$ בעלת לפחות שורש ממשי אחד בקטע סגור $[1, 2]$.

7. תהי $f(x)$ פונקציה רציפה על כל הישר ונניח כי $|f(x)| \leq 5$ לכל $x \in \mathbb{R}$. הוכיחו כי למשוואה $3x + f(x) = 9$ יש לפחות פתרון ממשי אחד.

8. תהי $f(x)$ פונקציה רציפה בקטע $[0, 1]$ ו- $0 \leq f(x) \leq 1$ לכל $x \in [0, 1]$. הוכיחו כי למשוואה $2^{f(x)} = 1+x$ יש פתרון השייך לקטע $[0, 1]$.

בהצלחה !