

**משפט (המחבר בין מספר הנושאים שנלמדו בקורס)**

יהיו

$$(A \cdot X = B) \text{ - מערכת ריבועית } (n \times n) \text{ אי הומוגנית} \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

$$(A \cdot X = 0) \text{ - המערכת ההומוגנית המתאימה} \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = 0 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \text{ - מטריצת המקדמים} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \text{ - עמודת המשתנים}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \text{ - עמודת המקדמים חופשיים} \quad 0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \text{ - עמודת האפסים}$$

$$T: \mathbb{V} \mapsto \mathbb{V} \text{ - האופרטור ליניארי כך ש- } [T]_B = A$$

$B$  - בסיס שרירותי של מרחב  $\mathbb{V}$  מעל שדה  $\mathbb{F}$

**אזי כל הטענות הבאות שקולות**

(כל אחת גוררת את כל השאר ואי קיום של כל אחת גורר אי קיום של כל השאר)

1. מטריצה  $A$  הפיכה וקיימת  $A^{-1}$  כך ש-  $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n$

2.  $\det A = |A| \neq 0$

3. למערכת ההומוגנית יש פתרון טריוויאלי **בלבד**

$$(A \cdot X = 0 \Rightarrow X = 0)$$

4. למערכת אי ההומוגנית הנ"ל יש פתרון **אחד ויחיד** אותו ניתן למצוא

$$X = A^{-1} \cdot B \text{ במטריצה ההופכית}$$

$$\text{או תוך שימוש בכלל קרמר } x_j = \frac{D_j}{D}, j=1,2,\dots,n$$

5. קבוצת העמודות של מטריצה  $A$  בת"ל, פורשת ומהווה בסיס למרחב  $\mathbb{F}^n$

6. קבוצת השורות של מטריצה  $A$  בת"ל, פורשת ומהווה בסיס למרחב  $\mathbb{F}^n$

7.  $\text{Row}A = \text{Col}A = \mathbb{F}^n$

8.  $\text{Nul}A = \{0\}$

9. אופרטור  $T: \mathbb{V} \mapsto \mathbb{V}$  הפיך וקיים אופרטור הופכי  $T^{-1}$  כך ש-

$$u \in \mathbb{V} \text{ לכל } T(T^{-1}u) = T^{-1}(Tu) = u$$

10. כל הערכים העצמיים של מטריצה  $A$  ושל אופרטור  $T$  שונים מאפס

**תרגיל - אמת את המשפט עבור המערכת**

$$\begin{cases} -2x_1 - 6x_2 = -2 \\ 3x_1 + 9x_2 = 3 \end{cases} \text{ -I} \begin{cases} -2x_1 - 6x_2 = -2 \\ 3x_1 + 7x_2 = 1 \end{cases}$$