

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 12}$$

שלבים 1,2 תחום  $x \neq \pm 2\sqrt{3}$  (בגלל המכנה)  
 נקודות חיתוך עם הצירים  $(0,0)$ ,  
 אסימפטוטות אנכיות:

,  $x = \pm 2\sqrt{3}$  אסימפטוטות אנכיות , לכן יש אסימפטוטות אנכיות  $\lim_{x \rightarrow \pm 2\sqrt{3}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm 2\sqrt{3}} \frac{x^3}{x^2 - 12} = \infty$   
 אסימפטוטה משופעת או אופקית  $(y = ax + b)$ :

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^3 - 12x} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - ax = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 - 12} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^3 + 12x}{x^2 - 12} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x}{x^2 - 12} = 0$$

לכן יש אסימפטוטה משופעת דו-צדדית  $y = x$ .

$$y' = \left( \frac{x^3}{x^2 - 12} \right)' = \frac{3x^2(x^2 - 12) - x^3 \cdot 2x}{(x^2 - 12)^2} = \frac{x^4 - 36x^2}{(x^2 - 12)^2} = \frac{x^2(x-6)(x+6)}{(x-2\sqrt{3})^2(x+2\sqrt{3})^2}$$

$x$	$x < -6$	-6	$-6 < x < -2\sqrt{3}$	$-2\sqrt{3}$	$-2\sqrt{3} < x < 0$	0	$0 < x < 2\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$2\sqrt{3} < x < 6$	6	$x > 6$
$f'$	+	0	-	לא מוגדר	-	0	-	לא מוגדר	-	0	+
$f$	עולה	max	יורדת		יורדת		יורדת		יורדת	min	עולה

נקודת מינימום  $f(6) = 9$ , נקודת מקסימום  $f(-6) = -9$   
 שלב 4

$$y'' = \left( \frac{x^4 - 36x^2}{(x^2 - 12)^2} \right)' = \frac{(4x^3 - 72x)(x^2 - 12)^2 - (x^4 - 36x^2)2(x^2 - 12)2x}{(x^2 - 12)^4} = \frac{24x(x^2 + 36)}{(x^2 - 12)^4}$$

$x$	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$
$f''(x)$	-	0	+
$f(x)$	קמורה	פיתול	קעורה

שלב 5

