

חדו"א להנדסת מכונות 1 - (201-1-9711)
סמסטר א' תשע"ד
תרגיל 8

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב - המחלקה למתמטיקה

1. האם הפונקציות הבאות גזירות ב5? הוכיחו.

$$f(x) = \begin{cases} 5 & x < 5 \\ x & x \geq 5 \end{cases} \quad (\text{א})$$

$$h(x) = \begin{cases} x^3 & x < 5 \\ x^2 - 65x & x \geq 5 \end{cases} \quad (\text{ב})$$

$$g(x) = \begin{cases} x^3 & x < 5 \\ x^2 + 65x - 225 & x \geq 5 \end{cases} \quad (\text{ג})$$

2. לכל הפונקציות הבאות, מצאו

(א) באיזה נקודות $f(x)$ גזירה?

(ב) $f'(x)$

$$f(x) = \frac{1+x-x^2}{1-x+x^2} \quad \text{i.}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}} \quad \text{ii.}$$

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{2\sin^2(x)} \quad \text{iii.}$$

$$f(x) = \arctan\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{iv.}$$

$$f(x) = \arccos(\sqrt{1-x^2}) \quad \text{v.}$$

$$f(x) = 5^{\tan(\ln(x))} \quad \text{vi.}$$

$$f(x) = \ln(\ln(\ln(x))) \quad \text{vii.}$$

$$f(x) = \arctan(e^{\frac{x}{2}}) - \ln \sqrt{\frac{e^x}{e^x+1}} \quad \text{viii.}$$

$$f(x) = \frac{\sin^3(x)}{1+2x^2} \quad .ix$$

$$f(x) = 4 \arctan(\sqrt{x^2-1}) \quad .x$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad .3$$

האם $f(x)$ גזירה מימין ב 0 ? האם $f(x)$ גזירה משמאל ב 0 ? האם $f(x)$ גזירה ב 0 ? הוכיחו.

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad .4$$

לאילו ערכים של α הפונקציה $f(x)$ גזירה ב 0 ?

$$f(x) = 5x^5 + 3x + 2 \quad .5$$

- הוכיחו ש f חד-חד ערכית. (רמז: משפט רול/משפט הערך הממוצע)
- אם $g(x)$ היא פונקציה הופכית של $f(x)$ מצאו $g'(10)$.
(רמז: $f(1) = 10$)

6. תהי $\phi(x)$ רציפה בנקודה x_0 ו $\phi(x_0) \neq 0$. לאילו $n \in \mathbb{N}$ לפונקציה $f(x) = (x - x_0)^n \cdot \phi(x)$ תהיה x_0 נקודת קיצון מקומי?

7. נניח שלפונקציות

$$f(x) = ax^3 - 12x^2 + 16 + \frac{2}{a}$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{ax-x^2}}$$

יש נקודת קיצון מקומי משותפת ושתי הפונקציות מקבלות אותו ערך בנקודה זו. מצאו את נקודה זו ואת a .