

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב – מחלקה למתמטיקה
 חדו"א להנדסת מכונות 1 (201-1-9711) סמסטר א' תשע"ו

תרגיל 2

(1) נתונה פונקציה: $y = \frac{1}{\sqrt[6]{x^5-2}}$

- (א) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה
 (ב) מצאו את התמונה של הפונקציה
 (ג) בדקו האם הפונקציה היא 1:1 (חד-חד ערכית).
 (ד) האם קיימת פונקציה הפוכה לפונקציה הנתונה על כל תחום ההגדרה של הפונקציה. אם כן רשמו את פונקציה הפוכה. אם לא ציינו את התחום בו קיימת פונקציה הפוכה לפונקציה הנתונה.

(2) מצאו את התמונה של הפונקציות הבאות:

(א) $f(x) = x^2 - 2x + 5; f: [-1: 5] \rightarrow \mathbb{R}$

(ב) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2-4}}$

(ג) $f(x) = \ln \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$

- (3) בכל אחד מהסיפים הבאים רישמו ביטוי עבור הפונקציות $f \circ g$, $g \circ f$ וכן תחומי הגדרה הטבעיים של $f \circ g$, $g \circ f$.

(א) $f(x) = \sqrt[5]{x+1}$, $g(x) = \frac{3}{x^2}$

(ב) $f(x) = 3^{2x}$, $g(x) = \cos x$

(ג) $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \arcsin(x)$

(ד) $f(x) = \frac{1}{2^x}$, $g(x) = \ln x$

- (4) עבור כל אחת מהפונקציות הבאות, קבעו האם הפונקציות היא מונוטונית עולה, מונוטונית יורדת, מונוטונית עולה ממש, מונוטונית יורדת או שאינה מונוטונית. האם הפונקציות הנתונות הן פונקציות "על"?

(א) $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^4$

(ב) $f: [-2, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2$

(ג) $f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow [-\infty, \sqrt{3})$, $f(x) = \tan(x)$

(ד) $f: [0, \infty) \rightarrow (0, 3)$, $f(x) = \frac{2}{\ln(x+2)}$

(ה) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = [x]$

- (5) עבור כל אחת מהפונקציות הבאות, קבעו האם הפונקציה מחזורית, ואם כן, חשבו את המחזור שלה.

(א) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin \frac{x}{5}$

(ב) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = [x] - 3x$

(ג) $f: [-3, 7) \rightarrow [-3, 7)$, $f(x) = [x]$

(ד) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos \sqrt{3}x$

(ה) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos \frac{x}{2} + \sin \sqrt{2}x$

(ו) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \tan \frac{3x}{5} + \sin 2x$

6 הוכיחו כי

(א) כי הפונקציה $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ הינה פונקציה אי זוגית.
(ב) פונקציה $f(x) = x$ אינה מחזורית.

7 הוכיחו, תוך שימוש בהגדרת מושג הגבול $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+10}{5n} = \frac{7}{5}$

8 חשבו את הגבולות הבאים:

א $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{15+3n} - 7}{\sqrt[3]{n} - 11}$

ב $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+n}{2+n} \right)^{\frac{1-\sqrt{n}}{1-n}}$