

חדו"א להנדסת מכונות 1 - (201-1-9711)
סמסטר א' תשע"ד
תרגיל 13 - פיתרונות

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב - המחלקה למתמטיקה

1. $a = 9$:

לפי משפט היסודי של חדו"א, פונקציה קדומה ל $f(x)$ היא $x\sqrt{x} - 27$ אז גם $x\sqrt{x}$ היא פונקציה קדומה ל $f(x)$.
אז לפי החלק השני של משפט היסודי של חדו"א,

$$\int_a^x f(s)ds = x\sqrt{x} - a\sqrt{a}$$

ומקבלים ש

$$x\sqrt{x} - a\sqrt{a} + 27 = x\sqrt{x}$$

אז

$$a = 9 \quad -a\sqrt{a} + 27 = 0$$

2. (א) $\frac{\pi^2}{4}$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi \sin^2(2x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2x)\right)dx$$

(ב) $\frac{5\pi}{6}$:

$$\int_0^1 \pi x^2 dx + \int_1^2 \frac{\pi}{x^2} dx$$

(ג) $\frac{24\pi}{5}$:

$$\int_0^\infty \pi y dy - \int_0^\infty \frac{\pi y^4}{64} dy$$

3. חשבו את האורך של העקומות הבאות:

(א) $\frac{\ln(3)}{2} = \ln \sqrt{3}$:

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x} dx$$

$$\int_0^1 \sqrt{1 + \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2} dx = \int_0^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx \quad (\text{ב})$$

4. בדקו את ההתכנסות או ההתבדרות של האינטגרלים הבאים.

(א) מתבדר

(ב) מתכנס

(ג) מתכנס

(ד) מתבדר

(ה) מתכנס

5. חשבו את האינטגרל:

(א) $\frac{1}{\ln(3)}$

(ב) $\frac{\pi}{4}$

(ג) $\frac{\ln(3)}{2}$

(ד) $\frac{1}{4}$

(ה) $\frac{32}{3}$

6. (א) לא: יש הרבה דוגמאות אז נביא שתיים: יהי $f(x) = g(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$

$$g(x) = 1, f(x) = 0$$

(ב) לא:

יהי f ו g פונקציות מחזוריות אם מחזור 2 כך ש

$$g(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq 1 \\ (x-1)(x-2) & 1 \leq x \leq 2 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} x(x-1) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

7. (א) 0

(ב) לא כי אם מחלק האינטגרל ל $\int_0^\infty \sin x dx + \int_{-\infty}^0 \sin x dx$, האינטגרלים האלו לא מתכנסים.