

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב - המחלקה למתמטיקה
 חדו"א להנדסת מכונות 1 (201-1-9711) - סמסטר א' תשע"ד
 תרגיל 6

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x) - \sin(2x)}{x} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+2) - \ln(2)}{x} \quad (\text{ז})$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}} \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2+1)}{2x^2+x^3} \quad (\text{ח})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right) \quad (\text{ג})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{1-x} \quad (\text{ט})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{e^x - 1} \quad (\text{ד})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{6}{x^2+x+2}\right)^{2x^2+5} \quad (\text{י})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} \quad (\text{ה})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{2x^2 + 1}\right)^{\frac{x^2}{1-x}} \quad (\text{יא})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2+2x} - 1}{3x^2 + 5x} \quad (\text{ו})$$

2. תהי

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{x}, & x > 0 \\ \frac{x+3}{2x+a}, & x < 0 \end{cases}$$

עבור אילו ערכים של a לפונקציה f יש גבול בנקודה $x=0$?

3. תהי

$$f(x) = \begin{cases} (1+ax^2)^{\frac{2}{x^2}}, & x \neq 0 \\ e^{a^2+1}, & x = 0 \end{cases}$$

עבור אילו ערכים של a הפונקציה f רציפה בנקודה $x=0$?

4. תהי $f(x) = 2 \sin(\pi x) - 1$. הוכיחו שקיים $x_0 \in [0, \frac{1}{2}]$ כך ש- $f(x_0) = x_0$.

5. הוכיחו כי קיים לפחות פתרון ממשי אחד למשוואה $e^x - 5x^4 = 0$.

6. תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה בנקודה a , ונניח כי $f(a) > 0$. הוכיחו שקיים $\epsilon > 0$ כך ש- f חיובית בקטע $(a - \epsilon, a + \epsilon)$.

7. נניח כי $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$. הוכיחו על פי ההגדרה ש- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0$.