

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב - המחלקה למתמטיקה
 חדו"א להנדסת מכונות 1 (201-1-9711) - סמסטר א' תשע"ד
 תרגיל 5

1. הוכיחו לפי ההגדרה:

$$\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 + 7) = 10 \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0 \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x-1}} = 0 \quad (\text{ג})$$

2. הוכיחו כי הגבול הבא אינו קיים: $\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{1}{x^3}\right)$

3. חשבו את הגבולות $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ וגם $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ כאשר:

$$f(x) = \frac{(5x-1)^{10}(2x+3)^{10} \arctan(x)}{(10x-7)^{20}} \quad (\text{א})$$

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 + x} \quad (\text{ב})$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 2x - 1} \quad (\text{ג})$$

$$f(x) = \frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{x + 3} \quad (\text{ד})$$

4. חשבו את הגבולות הבאים.

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{x^2 - 5x - 6} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x^2 - 25} \quad (\text{ד})$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 6x + 9}{3x^2 + 7x - 6} \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{\sqrt{x+4} - \sqrt{2}} \quad (\text{ה})$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{x-4} + \frac{48}{64-x^3} \right) \quad (\text{ג})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{10-x} - 2}{x^2 - x - 2} \quad (\text{ו})$$

5. נתון ש- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$. הוכיחו שקיים $\delta > 0$ כך שלכל x המקיים $0 < |x-1| < \delta$ מתקיים $f(x) > 2$.

6. יהיו f, g פונקציות המקיימות $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$ כך ש- $A \leq B$. נסמן ב- $h(x) = \min(f(x), g(x))$ כלומר

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & f(x) \leq g(x) \\ g(x) & f(x) \geq g(x) \end{cases}$$

הוכיחו ישירות מהגדרת הגבול ש- $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = A$.