

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב - המחלקה למתמטיקה
 חדו"א להנדסת מכונות 1 (201-1-9711) - סמסטר א' תשע"ד
 תרגיל 3

נתונות הסדרות הבאות:

$$a_n = \frac{\sin(n^2)}{n} \qquad d_n = (-1)^n \frac{3}{n}$$

$$b_n = \begin{cases} \frac{1}{n} & n \text{ זוגי} \\ 1 & n \text{ אי-זוגי} \end{cases} \qquad e_n = 5 + \frac{1}{n}$$

$$c_n = \begin{cases} n & n \text{ זוגי} \\ 0 & n \text{ אי-זוגי} \end{cases} \qquad f_n = \cos(n\pi)$$

1. (א) רשמו את חמשת האיברים הראשונים של כל סדרה לעיל.

(ב) אילו מהן חסומות?

(ג) אילו מהן מונוטוניות?

2. (א) אילו מהסדרות לעיל מתכנסות?

(ב) לכל אחת שלא מתכנסת, הוכיחו שהיא לא מתכנסת ל-0

3. נתונה הסדרה $a_n = \frac{2n+1}{n-2}$ ($n \geq 3$)

(א) נחשו את גבול הסדרה L .

(ב) עבור כל אחד מערכי ε הבאים, מצאו מספר טבעי מינימלי N כך שלכל $n > N$ מתקיים ש

$$|a_n - L| < \varepsilon$$

i. $\varepsilon = 0.1$

ii. $\varepsilon = 0.05$

iii. $\varepsilon = 0.01$

4. חשבו את הגבולות הבאים:

(א) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{3n^2 + 1} - \sqrt{3n^2})$

(ו) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{700}}{3^n}$

(ב) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n})$

(ז) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100^n}{n!}$

(ג) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin(n)}{n^2 - n}$

(ח) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \sin(\frac{n\pi}{2})}{n^{0.9}}$

(ד) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n \sin(n) - \cos(n)}{2n^2 + \sqrt{n}}$

(ט) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n}$

(ה) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n + 4^n}$

(י) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 + 1} + \frac{1}{n^2 + 2} + \dots + \frac{1}{n^2 + n}$

5. לכל אחת מהסדרות הבאות, האם קיימת תת־סדרה מתכנסת? נמקו.

$$a_n = (-1)^n n \quad (\text{א})$$

$$a_n = \sin(n) \quad (\text{ב})$$

$$(0, 1, 1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}, 3, \frac{1}{4}, 4, \dots) \quad (\text{ג})$$

$$(0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, \dots) \quad (\text{ד})$$

$$\frac{n!}{n} \quad (\text{ה})$$

6. הוכיחו שהסדרה הבאה מתכנסת וחשבו את גבולה.

$$a_{n+1} = \sqrt{2a_n} \quad a_1 = \sqrt{2}$$