

חדו"א להנדסת מכונות 1 - (201-1-9711) סמסטר א' תשע"ד
תרגיל 13

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב - המחלקה למתמטיקה

1. מצאו $a \geq 0$ ממשי שמקיים $\int_a^x f(s)ds + 27 = x\sqrt{x}$ לכל $x > 0$.
2. חשבו את הנפח של גוף הסיבוב המתקבל ע"י סיבוב של התחום הנתון סביב הציר הנתון.
- (א) $y \leq \sin 2x, y \geq 0, x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ סביב ציר ה- y .
- (ב) $y \leq x, y \leq \frac{1}{x}, y \geq 0, x \leq 2$ סביב ציר ה- y .
- (ג) $y \geq x^2, 8x \geq y^2$ סביב ציר ה- y .
3. חשבו את האורך של העקומות הבאות:
- (א) $y = \ln \sin x, x \in [\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$
- (רמז: $\int \frac{1}{\sin x} dx = \ln(\sin(\frac{x}{2})) - \ln(\cos(\frac{x}{2}))$)
- (ב) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, x \in [0, 1]$
4. בדקו את ההתכנסות או ההתבדרות של האינטגרלים הבאים.
- (א) $\int_0^\infty \frac{x}{\sqrt{x^4+1}} dx$ (א) $\int_0^1 e^{\frac{1}{x}} dx$ (ד)
- (ב) $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx$ (ב) $\int_1^\infty (1 + \sin x)(e^{-x}) dx$ (ה)
- (ג) $\int_0^\infty \frac{1}{e^{\sqrt{x}}} dx$ (ג)
5. חשבו את האינטגרל:
- (א) $\int_{-\infty}^0 3^y dy$ (א) $\int_0^\infty \frac{t}{(t^2+2)^2} dt$ (ד)
- (ב) $\int_0^\infty \frac{1}{4+x^2} dx$ (ב) $\int_{-2}^{14} \frac{1}{\sqrt[4]{x+2}} dx$ (ה)
- (ג) $\int_1^\infty \frac{1}{x^2+2x} dx$ (ג)
6. נניח ש f ו g רציפות, ו $\int_0^\infty fg$ מתכנס. האם בהכרח לפחות אחד מהאינטגרלים $\int_0^\infty f$ או $\int_0^\infty g$ מתכנס?
7. (א) האם הגבול $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-n}^n \sin x dx$ קיים? נמקו.
- (ב) האם האינטגרל $\int_{-\infty}^\infty \sin x dx$ מתכנס? נמקו.