

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב - המחלקה למתמטיקה
חדו"א להנדסת מכונות 1 (9711-1-201) - סמסטר א' תשע"ד
תרגיל 12

1. חשבו את האינטגרלים הבאים:

$\int \left(\frac{3}{\sqrt{x}} + 5x^2 - 1 \right) dx$ (1)	$\int e^x \ln(e^x + 1) dx$ (11)	$\int \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[4]{x+6}\sqrt{x}} dx$ (21)
$\int \frac{(\sqrt{x+3})^2}{x} dx$ (2)	$\int \frac{dx}{(x^2+5)(x^2-1)}$ (12)	$\int \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx$ (22)
$\int \frac{dx}{3x^2+2x+5}$ (3)	$\int \frac{x^5-x+1}{(x^2-4)x} dx$ (13)	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$ (23)
$\int \frac{5x-1}{\sqrt{7-6x-x^2}} dx$ (4)	$\int \frac{x^2+x-1}{x^2(x-2)} dx$ (14)	$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx$ (24)
$\int \frac{(2x+1)dx}{\sin^2(x^2+x+3)}$ (5)	$\int \frac{x^4+3}{x^4-1} dx$ (15)	$\int_1^e \frac{\ln^2(x)}{\sqrt{x}} dx$ (25)
$\int \frac{\sqrt{\ln(3x+1)}}{3x+1} dx$ (6)	$\int \frac{\cos^7 x}{\sin^2 x} dx$ (16)	$\int_0^{\frac{1}{2}} x \sqrt{1-x^2} dx$ (26)
$(t^2 = x + 1) \int \frac{x+2}{x\sqrt{x+1}} dx$ (7)	$\int \frac{dx}{(\cos x + \sin x)^2}$ (17)	$\int_{\sqrt{3}}^3 \frac{1}{x^4-1} dx$ (27)
$\int (x+2)e^x dx$ (8)	$\int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx$ (18)	$\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x+x \ln^2(x)} dx$ (28)
$\int \arcsin(x) dx$ (9)	$\int \sin 5x \sin 6x dx$ (19)	$\int_0^1 \frac{ x-1 }{ x-2 +3} dx$ (29)
$\int \frac{x+1}{\cos^2 x} dx$ (10)	$\int \frac{\sqrt{x} dx}{1+x}$ (20)	

2. הוכיחו את הנוסחאות הבאות:

$$2 \leq n \in \mathbb{N} \text{ לכל } , \int \sin^n x dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx \quad (\text{א})$$

$$2 \leq n \in \mathbb{N} \text{ לכל } , \int \cos^n x dx = \frac{\cos^{n-1} x \sin x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx \quad (\text{ב})$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(nx) \sin(mx) dx = \begin{cases} \pi, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases} , n, m \in \mathbb{N} \text{ לכל } \quad (\text{ג})$$

3. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{2\pi} e^{2x} \sin(nx) dx \quad (\text{א})$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{1 + \frac{k}{2n}} \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} \left(\cos^2\left(\frac{\pi}{n}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{n}\right) + \dots + \cos^2(2\pi) \right) \quad (\text{ג})$$

4. חשבו את השטח של התחומים הבאים.

$$.y \leq (x+2)^2, y \leq 4-x, y \geq 0 \quad (\text{א})$$

$$.x \geq -3y^2, x \leq 2-5y^2 \quad (\text{ב})$$

$$.y \leq e^x, y \geq e^{-x}, x \leq 2 \quad (\text{ג})$$

5. חשבו את השטח של התחום המוגבל בין הגרפים של $y = \sin(x)$ ו- $y = \frac{1}{2}$ בין $x = \frac{\pi}{2}$ ל- $x = 0$.

6. חשבו את $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} e^{t^2} dt$