

חדו"א להנדסת מכונות 1 - (201-1-9711)
סמסטר א' תשע"ד
תרגיל 3 - פתרונות

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב - המחלקה למתמטיקה

1. (א)

$$(a_n) : \sin(1), \frac{\sin(4)}{2}, \frac{\sin(9)}{3}, \frac{\sin(16)}{4}, \frac{\sin(25)}{5}$$

$$(b_n) : 1, 1, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{3}$$

$$(c_n) : 0, 2, 0, 4, 0$$

$$(d_n) : -3, \frac{3}{2}, -1, \frac{3}{4}, \frac{-3}{5}$$

$$(e_n) : 6, 5\frac{1}{2}, 5\frac{1}{3}, 5\frac{1}{4}, 5\frac{1}{5}$$

$$(f_n) : -1, 1, -1, 1, -1$$

$$(a_n), (b_n), (d_n), (e_n), (f_n) \quad (\text{ב})$$

$$(c_n) \quad (\text{ג})$$

$$(a_n), (d_n), (e_n) \quad (\text{א}) \quad 2.$$

$$\text{ל } (b_n) \text{ קחו } \varepsilon \text{ להיות } \frac{1}{2}$$

$$\text{ל } (c_n) \text{ קחו } \varepsilon \text{ להיות } 1$$

$$\text{ל } (f_n) \text{ קחו } \varepsilon \text{ להיות } \frac{1}{2}$$

3. (א) 2

(ב)

$$|a_n - 2| =$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{2n+1}{n-2} - 2 \right| &= \left| \frac{2n+1}{n-2} - 2 \left(\frac{n-2}{n-2} \right) \right| = \left| \frac{(2n+1) - (2n-4)}{n-2} \right| = \left| \frac{5}{n-2} \right| \\ &= \frac{5}{n-2} \end{aligned}$$

אז לכל אחד מה ε אנו צריכים למצוא לאילו n מתקיים $\frac{5}{n-2} < \varepsilon$.

i. $\frac{5}{n-2} < 0.1 \iff n > 52 : N = 53$

ii. $\frac{5}{n-2} < 0.05 \iff n > 102 : N = 103$

iii. $\frac{5}{n-2} < 0.01 \iff n > 502 : N = 503$

4. (א) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ רמז: כפלו את הביטוי ב $\frac{\sqrt{3n^2+1} + \sqrt{3n^2+1}}{\sqrt{3n^2+1} + \sqrt{3n^2+1}}$

(ב) $\frac{1}{3}$ רמז: השתמשו בנוסחה הבאה: $(a^3 - b^3) = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

(ג) 0

(ד) $\frac{1}{2}$

(ה) 4

(ו) 0

(ז) 0

(ח) 0

(ט) 0

(י) 0

5. (א) לא- כל תת-סדרה אינה חסומה.

(ב) כן- הסדרה עצמה חסומה ולפי בולצאנו-ויירשטראס, קיימת תת-סדרה מתכנסת.

(ג) כן- התת-סדרה (a_{2n}) חסומה ומונוטונית אז מתכנסת.

(ד) כן- הסדרה עצמה חסומה ולפי בולצאנו-ויירשטראס, קיימת תת-סדרה מתכנסת.

(ה) לא- כל תת-סדרה אינה חסומה.

6. אפשר דרך אינדוקציה להוכיח שהיא חסומה ומונוטונית ואז מתכנסת. הגבול שווה 2.